



Nome: _____ N.º _____ Data: ____/____/____

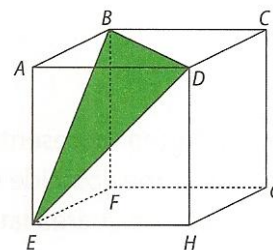
Ficha de preparação para o Exame Nacional

Tema: Teorema de Pitágoras e Sólidos Geométricos

1. A diagonal espacial do cubo da figura mede 10,4 dm.
1.1. Determina o comprimento da diagonal facial do cubo.
Apresenta o resultado arredondado às unidades.

- 1.2. Determina o perímetro da região colorida.

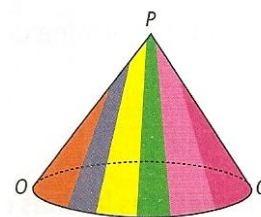
- 1.3. Calcula a área total do cubo.



2. Observa o cone.
O triângulo OPQ é equilátero com perímetro igual a 36 m.

- 2.1. Determina a área lateral do cone.

- 2.2. Calcula a área total do cubo.



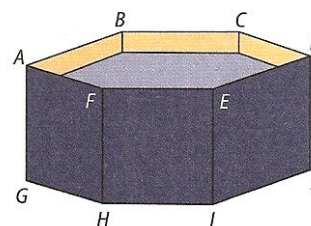
3. A figura representa o tanque dos golfinhos de um parque aquático.
A base hexagonal do tanque tem 48 m de perímetro e as paredes laterais são quadradas.

- 3.1. Calcula a área lateral do tanque dos golfinhos.

- 3.2. Qual é a posição relativa da reta CD e do plano GHI?

- 3.3. A base do tanque pode ser dividida em seis triângulos equiláteros.
A capacidade do tanque é:

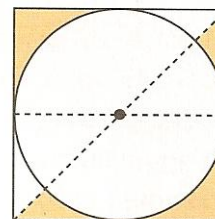
A. 1536 m^3 ; B. 1330 m^3 ; C. 998 m^3 ; D. 648 m^3 .



4. A figura representa uma circunferência inscrita num quadrado de área 144 cm^2 .

- 4.1. Calcula o perímetro da circunferência.

- 4.2. Determina a área da região colorida. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

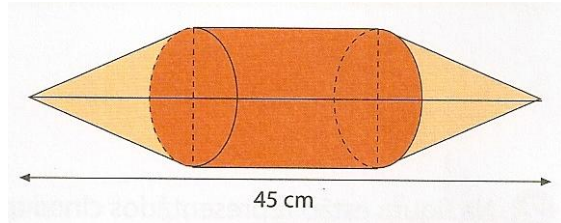


5. A figura é formada por dois cones e um cilindro, todos com a mesma altura. O cilindro tem 960 cm^3 de capacidade.

5.1. Calcula o volume total da figura.

5.2. Determina o comprimento da geratriz dos cones.

5.3. Calcula a área lateral dos dois cones.



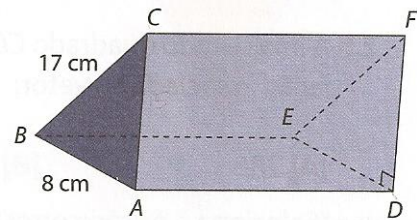
6. No prisma triangular da figura $\overline{AB} = \frac{2}{3} \overline{AD}$.

6.1. Justifica a afirmação: “Os planos ABC e ABE são perpendiculares”.

6.2. Calcula a área lateral do prisma.

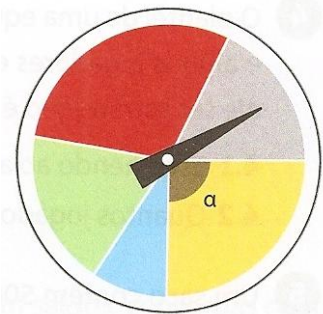
6.3. O volume do prisma é:

- A. 500 cm^3 ; B. 1360 cm^3 ; C. 720 cm^3 ; D. 453 cm^3 .



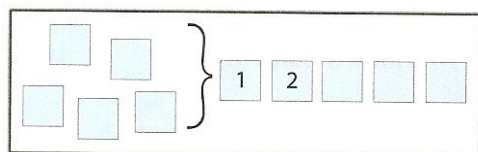
Tema: Probabilidade

7. A roleta da figura está pintada de cinco cores diferentes. Considera a experiência aleatória que consiste em rodar o ponteiro uma vez e verificar a cor obtida. Realizou-se a experiência 56 000 vezes e verificou-se que ocorreu a cor assinalada com o ângulo α 13 980 vezes. Determina a amplitude, em graus, desse ângulo. Apresenta o resultado aproximado às décimas, por excesso.

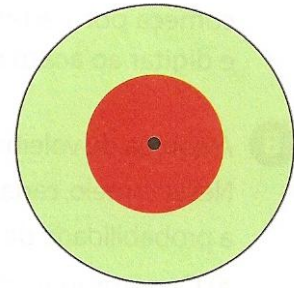


8. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por quatro naipes de 13 cartas cada (espadas, copas, ouros e paus). De um baralho extraem-se sucessivamente e sem reposição duas cartas. Qual é a probabilidade de nenhuma das cartas extraídas ser do naipe de espadas? Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

9. Cinco cartões, numerados de 1 a 5, estão voltados para baixo. Baralharam-se os cartões e colocaram-se em fila. Virou-se o primeiro cartão e verificou-se que saiu o número 1; virou-se o segundo cartão e saiu o número 2. De seguida, vão virar-se os três cartões em falta. Qual é a probabilidade de os números inscritos nos cartões se encontrarem por ordem crescente?



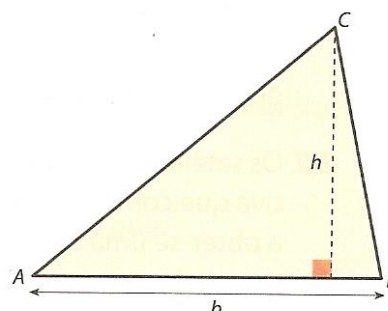
10. Na figura podes observar um alvo circular, com 12 cm de raio. O círculo central do alvo, de cor cinzenta escura, tem 6 cm de raio. O Mário vai lançar um dardo em direção ao alvo. Supondo que todos os pontos do alvo têm igual probabilidade de serem atingidos e que todos os lançamentos atingem o alvo, determina a probabilidade de o Mário acertar na zona da coroa circular (cinzenta clara). Apresenta o resultado na forma de fração irredutível. Apresenta todos os cálculos que efetuares.



11. Considera a função f de domínio $\{-2, -1, 1, 2\}$ definida por $f(x) = -x^2$. Escolhem-se ao acaso dois dos quatro pontos que constituem o gráfico de f e desenha-se a reta por esses dois pontos. Qual é a probabilidade de essa reta não interseccionar o eixo das abcissas?
12. O plantel de uma equipa de futebol da primeira divisão é composto por 15 jogadores portugueses e alguns jogadores estrangeiros. Escolhendo ao acaso um jogador do plantel, a probabilidade de ele ser estrangeiro é de $\frac{2}{5}$.
- 12.1. escolhendo um aluno ao acaso um jogador do plantel, qual é a probabilidade de ele ser português?
- 12.2. Quantos jogadores estrangeiros tem o plantel?
13. Cada uma das letras da palavra AMORA foi escrita num cartão. Os cinco cartões, indistinguíveis ao tato, foram colocados dentro de uma caixa. Vão-se extrair, sucessivamente e sem reposição, três cartões da caixa, colocando-os em fila, da esquerda para a direita. Qual é a probabilidade de, no final do processo, ficar formada a palavra MAR, sabendo que, ao fim da segunda extração estava formada a palavra MA?
14. A equipa de futebol da escola da Joana vai participar num torneio juntamente com mais três equipas. Neste torneio, cada equipa joga contra cada uma das outras uma única vez. Em cada jogo que participa, a probabilidade de a equipa da escola da Joana ganhar é $\frac{1}{4}$ e a probabilidade de empatar é de $\frac{1}{6}$.
- 14.1. Quantos jogos tem este torneio?
- 14.2. Qual é a probabilidade de a equipa da escola da Joana perder um jogo?
- 14.3. Determina a probabilidade de a equipa da escola da Joana perder todos os jogos em que participa neste torneio.

Tema: Funções

15. Seja f a função que à medida da base (b) de um triângulo ABC, com 18 unidades de área, faz corresponder a medida da altura desse triângulo (h).



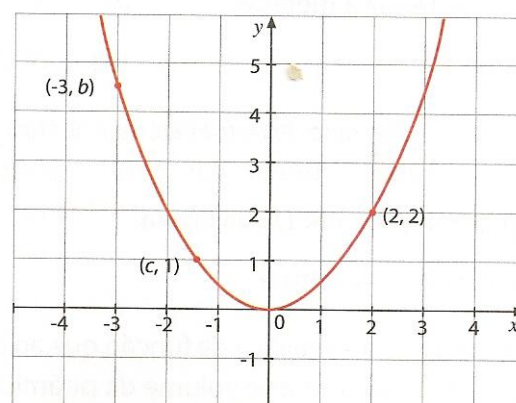
- 15.1. Escreve uma expressão analítica que defina a função f .

- 15.2. A função f é uma função de proporcionalidade direta ou inversa? Justifica.

- 15.3. Representa graficamente a função f .

16. Na figura pode observar-se a representação gráfica de uma função do tipo $y = ax^2$.

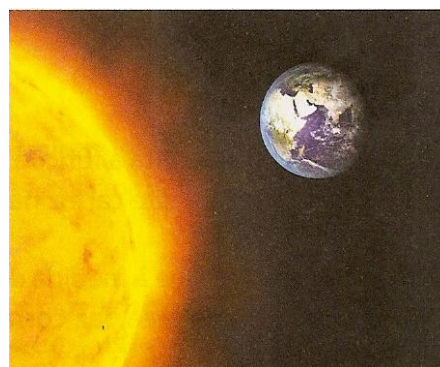
Determina os valores de a , b e c . Explica o teu raciocínio, apresentado todos os cálculos que efetuares.



17. A lei da gravitação universal, formulada por Isaac Newton em 1687, afirma que qualquer corpo atrai outro exercendo sobre ele uma força gravitacional. O valor da força gravitacional F (em newtons) é diretamente proporcional às massas dos dois corpos, m_1 e m_2 (em quilogramas), e é inversamente proporcional ao quadrado da distância, d (em metros), entre os corpos:

$$F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$$

G é uma constante, igual em todo o universo, denominada por constante de gravitação universal.



- 17.1. Sabe-se que:

- > Massa do planeta Terra = $5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$;
- > Massa do Sol = $1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$;
- > Distância média Terra-Sol = $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$;
- > Força gravitacional entre a Terra e o Sol = $3,53 \times 10^{22} \text{ N}$.

Determina um valor aproximado para a constante de gravitação universal, G .

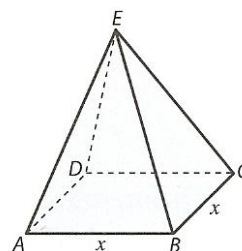
17.2. Os satélites da Terra estão também sujeitos à força da gravidade. Selecciona a alternativa que contém os termos que preenchem, sequencialmente, os espaços seguintes, de modo a obter-se uma afirmação correta.

A intensidade da força que atua sobre esses satélites _____ quando a sua distância ao centro da Terra _____.

- A. ...quadruplica ... se reduz para metade. B. ... quadruplica ... duplica.
C. ... duplica ... duplica. D. ... duplica ... se reduz a metade.

18. Considera a pirâmide quadrangular ABCDE da figura.
Sabe-se que a pirâmide tem 9 cm de altura.

18.1. Mostra que $V = 3x^2$ é a expressão analítica da função que ao comprimento da aresta da base (x) faz corresponder o volume da pirâmide (V).

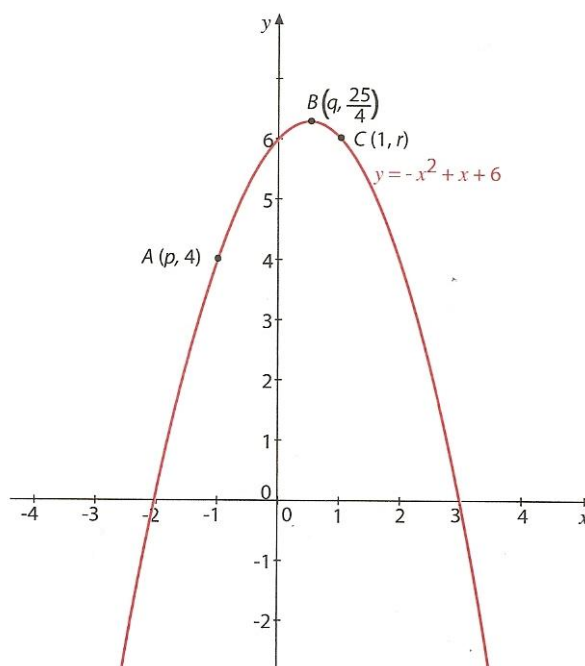


18.2. Representa graficamente a função $V = 3x^2$, para $x > 0$.

Tema: Equações

19. No referencial da figura está representada graficamente a função $y = -x^2 + x + 6$, e os pontos A, B e C.

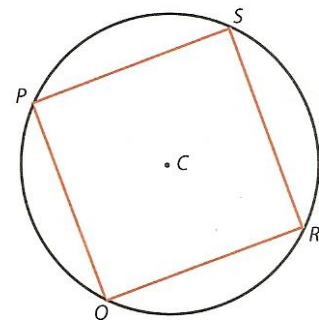
Determina p (abscissa do ponto A), q (abscissa do ponto B) e r (ordenada do ponto C). Explica o teu raciocínio e apresenta todos os cálculos que efetuares.



20. Considera a equação $2x^2 - 4x + c = 0$, na incógnita x . Determina c de modo que:

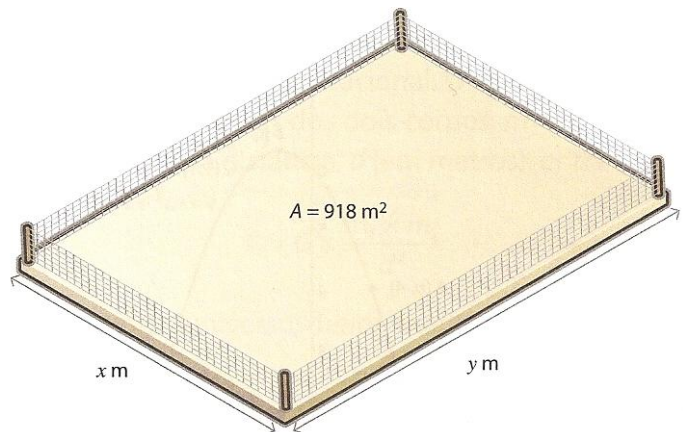
- 20.1. A equação admita uma solução dupla;
20.2. A equação admita duas soluções distintas;
20.3. A equação seja impossível;
20.4. -7 seja solução da equação.

21. Na figura está representada uma circunferência de centro C e o quadrado $PQRS$, nela inscrito. Sabendo que a circunferência tem 5 cm de raio, determina a área do quadrado.

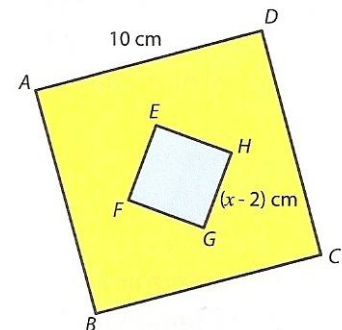


22. Seja A o ponto de coordenadas $(w^2 + 15, 10w)$. Determina o valor de w de modo que o ponto A pertença à reta de equação $y = x + 10$. Explica o teu raciocínio. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

23. O terreno da figura tem a forma de um retângulo. Para vedar, o Carlos utilizou 122 metros de rede. Sabendo que o terreno tem 918 m^2 de área, determina as dimensões do terreno. Apresenta todos os cálculos que efetuares.



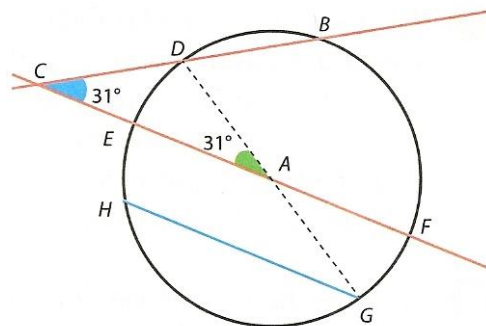
24. Na figura está representado o quadrado $ABCD$ e, no seu interior, o quadrado $EFGH$. Escolhido um ponto do quadrado $ABCD$ ao acaso, sabe-se que a probabilidade de esse ponto não pertencer ao quadrado $EFGH$ é de 0,25. Determina o perímetro do quadrado $EFGH$, apresentado todos os cálculos que efetuares.



Tema: Circunferência

25. Na figura está representada uma circunferência de centro A e de diâmetro EF em que:

- > B, D, E, H, G e F são pontos da circunferência;
- > As cordas Ef e HG são paralelas;
- > $\widehat{DAE} = 31^\circ$;
- > $\widehat{ECD} = 31^\circ$.



- 25.1. Determina, em graus, a amplitude do ângulo CDA . Explica o teu raciocínio.

25.2. Indica, justificando, a amplitude, em graus, do arco:

26.1.1. DE;

26.1.2. BF;

26.1.3. DB.

25.3. Prova que $\overline{DC} = \overline{DA}$.

25.4. Prova que o trapézio EFGH é isósceles.

25.5. Determina, em graus, a amplitude do arco HG. Explica o teu raciocínio.

25.6. Sabendo que $\overline{FA} = 10$ cm, determina, em centímetros, um valor aproximado às décimas para o comprimento do arco FDG.

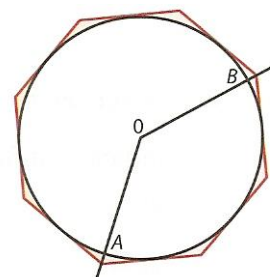
25.7. Comenta a seguinte afirmação: “o segmento de reta HG é um dos lados de um polígono regular inscrito na circunferência”.

25.8. Seja X o ponto onde o segmento de reta BG interseca o segmento de reta EF. Determina, em graus, a amplitude do ângulo BXE.

26. Na galeria “BelArte” vai ser exposta uma escultura muito valiosa. Sabendo da natural curiosidade dos visitantes, o dono da galeria decidiu colocar uma barreira à volta da escultura, a 1 metro de distância da sua base. A base é um quadrado com 3 metros de lado. Utilizando uma escala 1:100, representa a base da escultura e marca o lugar geométrico dos pontos onde será colocada a barreira.

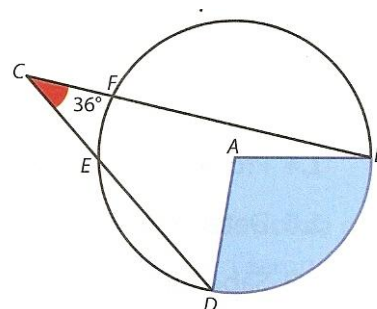


27. Na figura podes observar uma circunferência de centro O, inscrita num octógono regular. Sabendo que a circunferência tem 14π cm de perímetro, determina o comprimento, em centímetros, do arco maior AB. Explica o teu raciocínio.



28. Observa a figura onde está representada uma circunferência de centro A e raio AB em que:

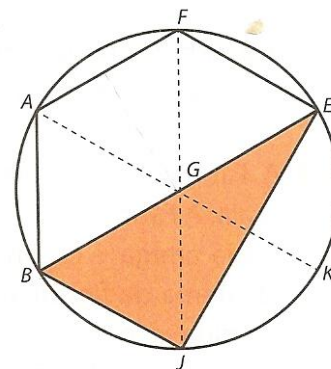
- > B, F, E e D são pontos da circunferência;
- > C é um ponto exterior à circunferência;
- > $\widehat{DCB} = 36^\circ$;
- > $\overline{AB} = 6$ cm.



Sabendo que o setor circular colorido tem 10π cm² de área, determina a amplitude, em graus, do arco menor EF. Apresenta todos os cálculos que efetuares.

29. Na figura está representada uma circunferência de centro G e raio GE , em que:

- > EF , FA , AB e BJ são lados consecutivos de um hexágono regular inscrito na circunferência;
- > O trapézio $EFAB$ tem 40 cm de perímetro.



29.1. Determina a amplitude, em graus:

29.1.1. do ângulo BEJ ;

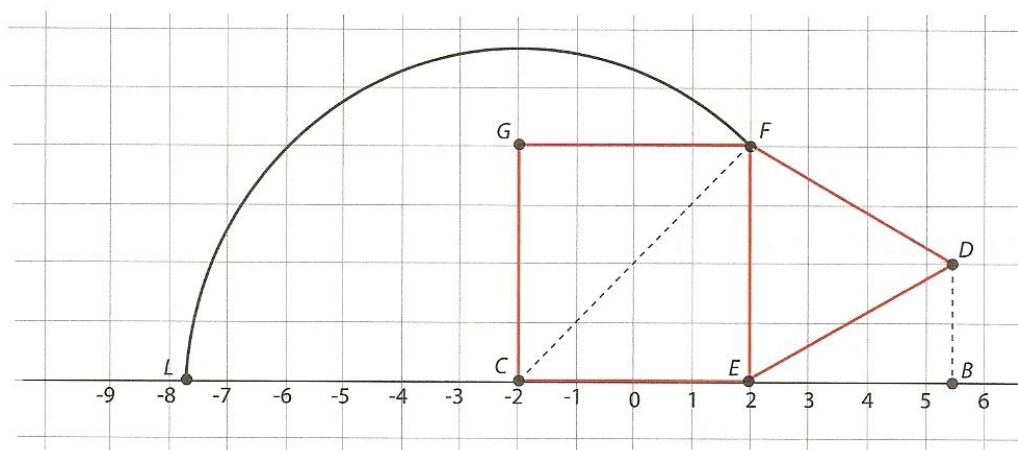
29.1.2. de cada um dos ângulos externos do hexágono regular de que EF , FA , AB e BJ são lados consecutivos.

29.2. Determina a área do triângulo EBJ .

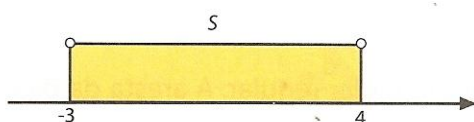
29.3. Determina a área do trapézio $EFAB$.

Tema: Números reais. Inequações

30. Na figura pode observar-se o quadrado $CEFG$, o triângulo equilátero EFD e o arco FL da circunferência de centro C e raio CF . Determina a abscissa do ponto B e a abscissa do ponto L . Apresenta todos os cálculos que efetuares.



31. Considera os conjuntos S e J .



e $J = \{x \in \mathbb{R} : 0 < 2x - 6 \leq 10\}$

Pode afirmar-se que:

A. $S \cap J = [3, 4]$

B. $S \cap J = \{ \}$

C. $S \cup J =]-3, 8]$

D. $S \cup J = \mathbb{R}$

32. A amplitude de um ângulo α é $(3w-12)^\circ$. Determina os possíveis valores de w , sabendo que:

32.1. α é um ângulo agudo;

32.2. $100^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$.

33. A soma de três números pares consecutivos é maior do que 976 e menor do que 982. Quais são esses números?

34. Resolve, em \mathbb{N} , o seguinte sistema de inequações:

$$\begin{cases} \frac{2(x-4)}{3} \leq 4 \\ -2x - \frac{x-3}{2} < 4x \end{cases}$$

35. Representa na forma de um conjunto:

35.1. $\{x \in \mathbb{R} : 3(x-6) \leq 12\} \cup \{x \in \mathbb{R} : -2x-12 < 10\}$

35.2. $\{x \in \mathbb{Z} : x \leq 115\} \cap \{x \in \mathbb{N} : x > 111\}$

35.3. $\{x \in \mathbb{Z} : -x > \pi\} \cap \{x \in \mathbb{Z} : x \geq -10\}$

36. Simplifica as seguintes expressões.

36.1. $-(-3\sqrt{3})^2 - 5\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$

36.2. $(\sqrt{3}-7)(\sqrt{3}+7) - (4\sqrt{3}+1)$

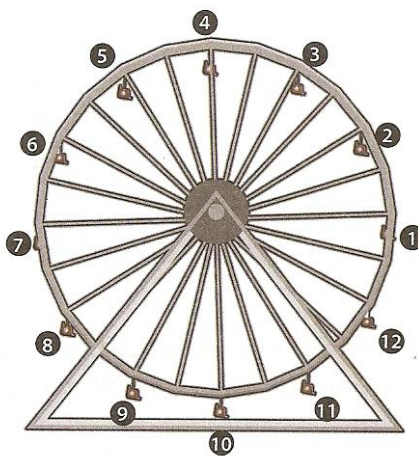
36.3. $(\sqrt{3}-\sqrt{11})(\sqrt{3}+\sqrt{11}) - (\sqrt{3}+1)^2 + (-3\sqrt{7})^2$

37. Considera, num referencial cartesiano, o ponto $P \left(\frac{2(m-3)+5}{3}, 10 \right)$. Para que valores de m o ponto P pertence ao primeiro quadrante? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

38. A inequação $4x+2 < \underline{\hspace{1cm}}$ está incompleta. Completa-a de modo a que $\left] -\infty, \frac{3}{2} \right[$ seja o seu conjunto-solução.

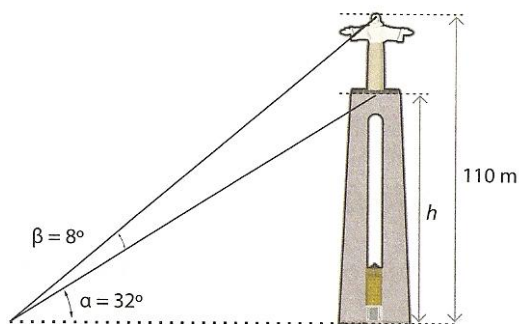
Tema: Trigonometria no triângulo retângulo

39. Seja α um ângulo agudo tal que $\cos(90^\circ - \alpha) = 0,7771$. Determina o valor de $\operatorname{sen} \alpha$.
Explica como pensaste.
40. Uma roda gigante de um parque de diversões tem doze cadeiras, numeradas de 1 a 12, com um lugar cada uma (ver figura). Cada cadeira encontra-se a 22 metros do centro da roda e o centro da roda a 24 metros do solo.



Um grupo de 12 amigos decidiu andar nesta diversão. O Manuel, que foi o último a entrar, ficou sentado na cadeira 10. Depois de todos estarem sentados nas respetivas cadeiras, a roda gigante começou a girar. A primeira paragem da roda ocorreu depois de esta ter rodado 240° no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. Nesse instante, a que distância do solo se encontra o Manuel? Explica como pensaste. Apresenta o resultado aproximado às décimas.

41. O Cristo-Rei é o melhor miradouro com vista para a cidade de Lisboa, oferecendo uma ampla vista sobre a capital e sobre a ponte 25 de abril. É uma das mais altas construções de Portugal, com 110 metros de altura.
- A estátua do Cristo-Rei encontra-se sobre um pórtico com h metros de altura. Atendendo aos dados da figura, determina a altura do pórtico. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.



Nota: Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conversa três casas decimais.

42. Sabendo que nas igualdades que se seguem os ângulos considerados são todos agudos, determina os valores de x que verificam cada igualdade. Explica como pensaste.

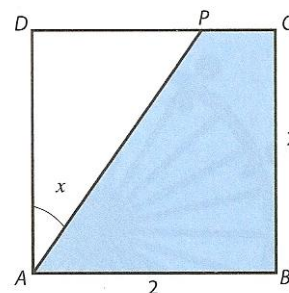
42.1. $\sin(3x) = \sin 42^\circ$

42.2. $\cos(4x) = \sin 76^\circ$

42.3. $\sin(5x) = \cos 58^\circ$

43. Na figura está representado o quadrado ABCD de lado 2.

Considera que o ponto P se desloca ao longo do lado CD, nunca coincidindo com o ponto C nem com o ponto D. Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em graus, do ângulo PAD ($x \in]0^\circ, 45^\circ[$).



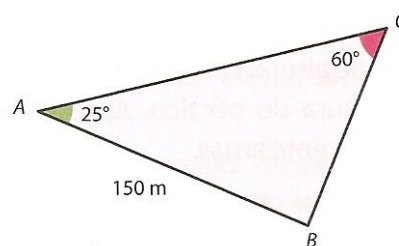
- 43.1. Mostra que o comprimento do segmento de reta DP pode ser dado, em função de x , pela expressão $2 \operatorname{tg} x$.
- 43.2. Mostra que a área da região sombreada pode ser dada, em função de x , pela expressão $4 - 2 \operatorname{tg} x$.
- 43.3. Determina o valor da área sombreada quando $x = 30^\circ$. Apresenta o resultado com uma casa decimal.

44. Na figura encontra-se representado o triângulo ABC.

Tal como a figura sugere:

- > $\overline{AB} = 150$;
- > $\hat{BAC} = 25^\circ$;
- > $\hat{ACB} = 60^\circ$.

Calcula o perímetro do triângulo ABC.



Nota: Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conversa três casas decimais.